

# 廊坊市机佳数控设备有限公司

地址：河北省廊坊市光明西道 194 号

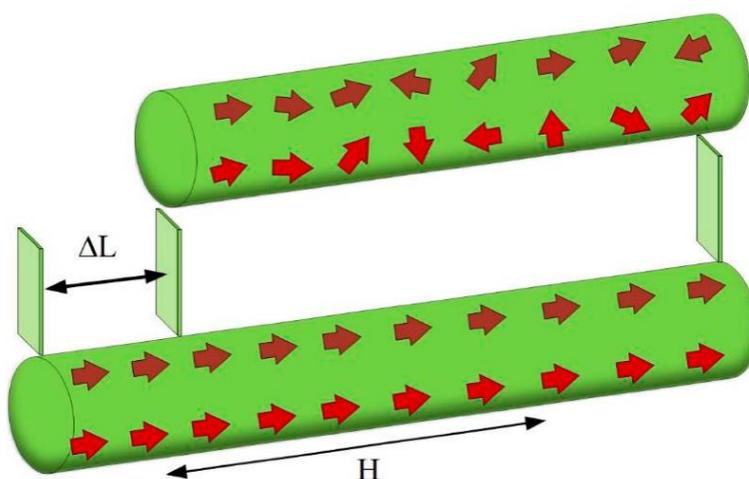
电话：13933929580

## 磁振精密材料

赵宇彤 Yutong.zhao@yigsphere.com

### YIG 中的磁致伸缩效应

## Magnetostriction Effect in YIG material



磁致伸缩效应的示意图

**磁致伸缩效应 (Magnetostriction)** 是软磁材料的一种特性，指的是对软磁体进行磁化后，其形状、大小会发生变化的物理现象。1842 年，詹姆斯·焦耳 (James Joule) 在观察铁样品时首次发现了这种效应。

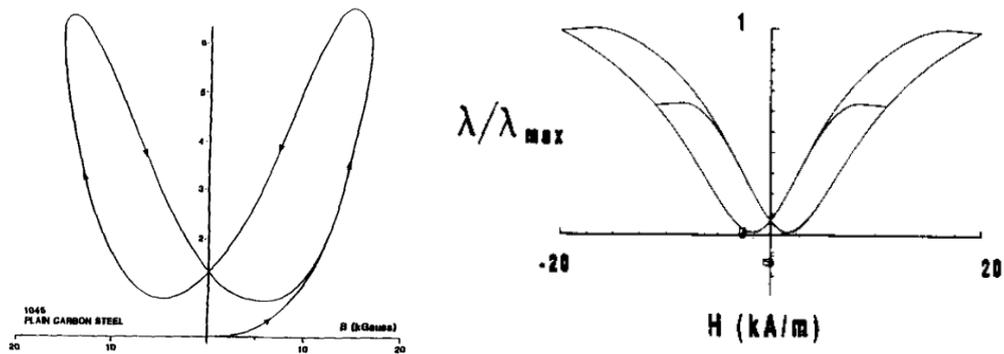
磁致伸缩现象具有各向异性。当长度为  $L$  的磁性材料在磁化方向上的长度变化为  $\Delta L$  时，磁致伸缩系数可表示为： $\lambda = \Delta L / L$ 。导致磁性材料在磁化过程中改变其形状或尺寸。由于施加磁场而导致的材料磁化强度的变化会改变磁致伸缩应变，直至达到其饱和值  $\lambda$ 。通常的磁致伸缩系数都非常小，在  $10^{-6}$  这个数量级

类似地，电致伸缩效应是磁致伸缩效应的静电学对应。

### 磁致伸缩引起的磁滞回线

## Magnetostrictive hysteresis loop

类似于磁化强度的磁滞现象，磁致伸缩也有磁滞回线。这种磁滞回线（称为“蜻蜓回线” dragonfly loop）的形状可以使用 Jiles-Atherton 模型来解释。



蜻蜓回线——dragonfly loop。

(左) 对 1045 普通碳钢的实验曲线。(右) 加压条件下的理论计算曲线。

横坐标为施加外磁场的强度，单位为千高斯。纵坐标为 $\lambda$ ，为磁致伸缩系数。而最大值则为饱和磁化系数 $\lambda_{max}$ ，即我公司的表格中无量纲的磁致伸缩系数。

除此之外，磁致伸缩可能表现出非线性响应或表现出磁滞，其中磁化期间的响应与退磁期间的响应不同。这种行为可能受到材料内晶体取向和特定磁畴结构的影响。

对于 YIG 来说，由于磁致伸缩系数比较小。因此没有相关文章讨论 YIG 的蜻蜓回线。

## 磁晶各向异性的影响

对于单晶铁磁体来说，磁晶各向异性对磁致伸缩效应的影响无法忽略。首先弹性常数在不同晶相就有着不同的值。

[100]和[110]晶相的纵波传输有着细微的不同，然而[100]晶相上除了纵波还有横波。磁致伸缩效应主要和纵波有关。因此考虑到纵波，弹性系数的各向异性差别很小。

TABLE I. Velocity of longitudinal and transverse waves in YIG.

Orientation	Polarization of wave	Velocity (cm/sec)
100	longitudinal	$7.209 \times 10^5$
110	longitudinal	$7.153 \times 10^5$
100	transverse	$3.843 \times 10^5$

YIG 不同晶相中声波的传播速度。

除了弹性常数以外，更有磁化强度的各向异性起作用。因此磁致伸缩效应必然是各向异性的，随着不同的晶体方向而变化。这种各向异性是材料内晶体结构和原子排列的结果。

因此 YIG 材料的磁致伸缩响应主要和难轴、易轴和中间轴对应。难轴[100]方向的磁致伸缩系数最小，易轴[111]方向最大，而中间轴[110]则处于两者之间。

饱和磁致伸缩系数 $\lambda_{//}$ [100]晶向	$-1.25 \times 10^{-6}$
饱和磁致伸缩系数 $\lambda_{//}$ [110]晶向	$-2.20 \times 10^{-6}$
饱和磁致伸缩系数 $\lambda_{//}$ [111]晶向	$-2.73 \times 10^{-6}$

## YIG 单晶体的磁致伸缩系数的理论计算和实验数据

在 1963 年的一篇文章[6]中，美国海军军械实验室和宾夕法尼亚大学的学者们进行了理论阐述。首先是磁弹哈密顿量由下式给出：

coefficients. The theory is now extended to Néel ferromagnets, with several coaxial sublattices numbered  $n=1, 2, \dots$ . The magnetoelastic Hamiltonian is then the sum of terms for each sublattice:

$$H_{me} = - \sum_n \sum_{\mu, j, l} B_{j, l}^{\mu}(n) \sum_i \epsilon_i^{\mu, j} \mathcal{K}_i^{\mu, l}(n). \quad (1)$$

Here  $\mu$  labels the irreducible representations (of which only five are permitted),  $j$  the strain modes of the  $\mu$ th representation,  $i$  the basis functions of the  $\mu$ th representation, and  $l$  the degree of the spin operators. The  $\mathcal{K}_i^{\mu, l}(n)$  are Tensor Cubic Operators<sup>1</sup> (TKO) which generate the  $\mu$ th representation. Each TKO is a function of the spin operators on the  $n$ th sublattice. The  $\epsilon_i^{\mu, j}$  are strain components and the  $B_{j, l}^{\mu}$  are temperature independent, phenomenological magnetoelastic coupling coefficients. Even though the local

其中涉及到张量计算，笔者理论功力有限。（数值计算还是可以的）就不在此深入探究了。有兴趣的读者可以自行查阅文献。经过一番推导，可以得到磁致伸缩系数由下式给出：

The external magnetostriction, arising from the  $j=0$  strain modes, is defined by

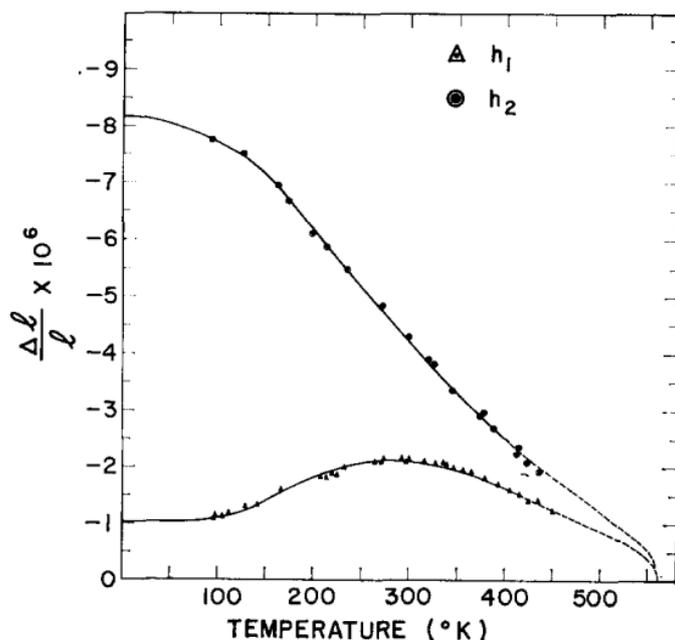
$$\begin{aligned} \delta l/l = \sum_{i \geq j} \epsilon_{ij} \xi_i \xi_j = h_1(T) \sum_i \zeta_i^2 \xi_i^2 \\ + 2h_2(T) (\zeta_1 \zeta_2 \xi_1 \xi_2 + \text{C.P.}) + \dots, \quad (5) \end{aligned}$$

where the  $\zeta_i$  and the  $\xi_i$  are, respectively, the direction cosines of the magnetization and of the measurement direction. Hence, ignoring terms higher than second degree in the direction cosines of the magnetization,

$$h_1(T) = [15/2(4\pi)^{\frac{1}{2}}] (c_{11} - c_{12})^{-1} \sum_n B_{0,2}^{\gamma}(n) \hat{I}_{\frac{1}{2}}[\mathcal{L}^{-1}(m_n)] \quad (6a)$$

$$h_2(T) = (15/4\pi)^{\frac{1}{2}} (2c_{44})^{-1} \sum_n B_{0,2}^{\epsilon}(n) \hat{I}_{\frac{1}{2}}[\mathcal{L}^{-1}(m_n)]. \quad (6b)$$

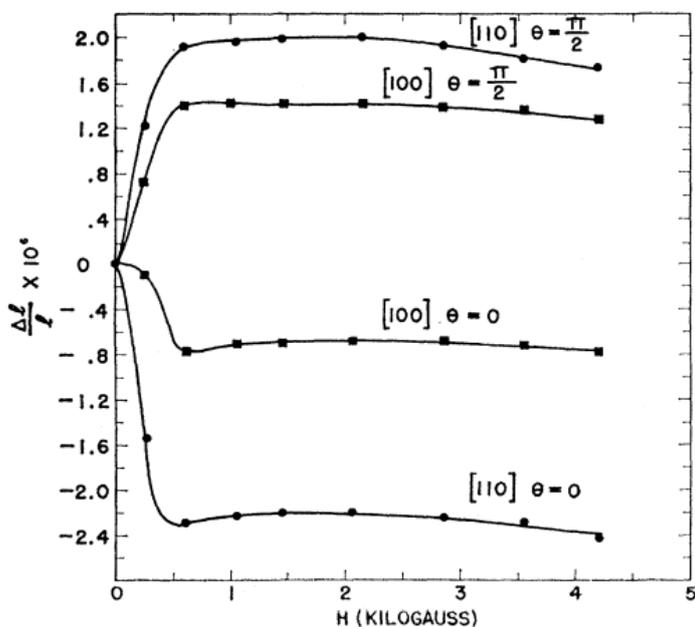
根据[6]可知，磁致伸缩系数  $\Delta l/l$ （不同文献中的表示不同，这个文献取了小写的 L）这两个系数  $h_1, h_2$  有关。泽塔  $\zeta_i$  是与磁化轴的余弦（cos），卡  $\xi_i$  是和测量方向的余弦（cos）。



其中  $h_1, h_2$  和温度的关系。

其中  $h_1(T) = \frac{3}{2}\lambda_{100}$  与难轴的磁致伸缩系数直接相关。另外，  $h_2(T) = \frac{3}{2}\lambda_{111}$  则与易轴的磁致伸缩系数直接相关。[100]和[111]的方向并。因此可以推论，中间轴的[110]可由公式(5)计算得出。其中泽塔  $\zeta$  需要取非零值。而卡  $\xi$  需要取 1 (和测量方向)。则可以得到任意方向、平行于磁化轴的磁致伸缩系数。

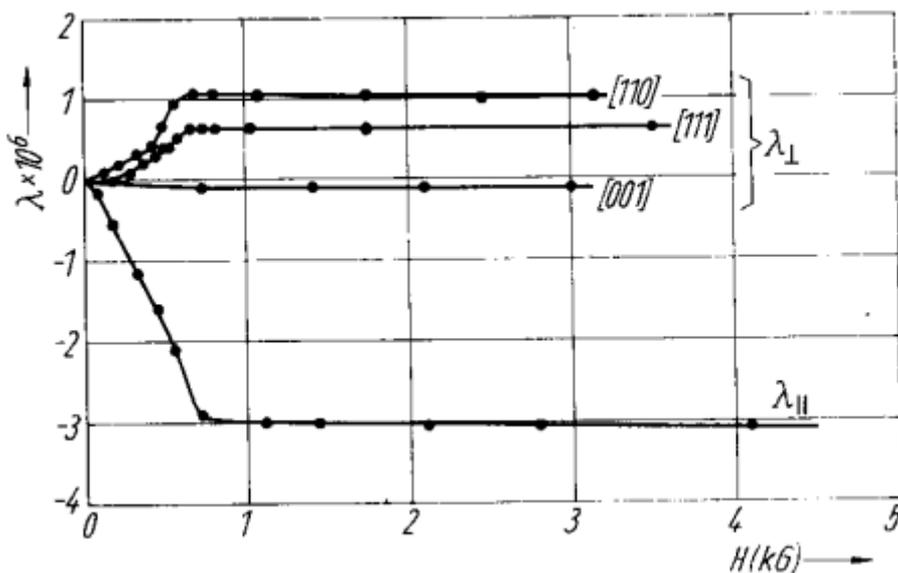
在同一作者的同年的另外一篇文章[5]中，他们进行了实验并发表了更为详尽的数据。



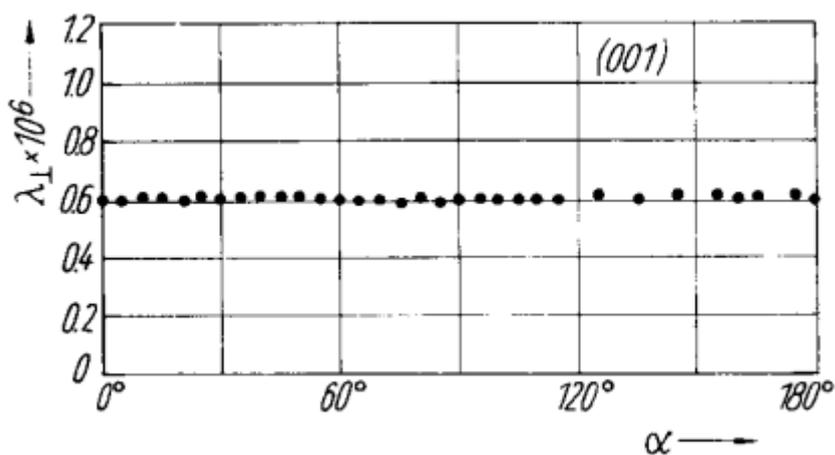
室温下钇铁石榴石磁致伸缩的场依赖性。曲线显示了磁场与测量方向平行 ( $\theta = 0$ ) 和垂直 ( $\theta = \pi/2$ ) 时沿 [100] 和 [110] 方向的长度(宽度)变化。

## YIG 单晶体的磁致伸缩系数的精确测量

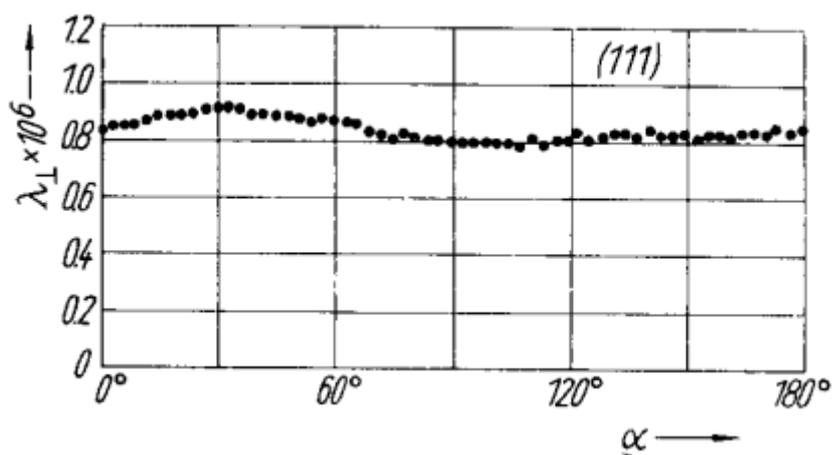
1969 年，法国贝尔维尤固体物理实验室的学者更加精确地测量了 YIG 的磁致伸缩系数[8]。期间使用了直径高达 5.10 毫米的 YIG 单晶球体。此时 YIG 球体的供应由 Microwave Chemical Laboratories 提供，后 MCL 被 Solitron Devices, Inc. 于 1968 年收购。如今 Solitron Device 已经不再有 YIG 球的相关业务。



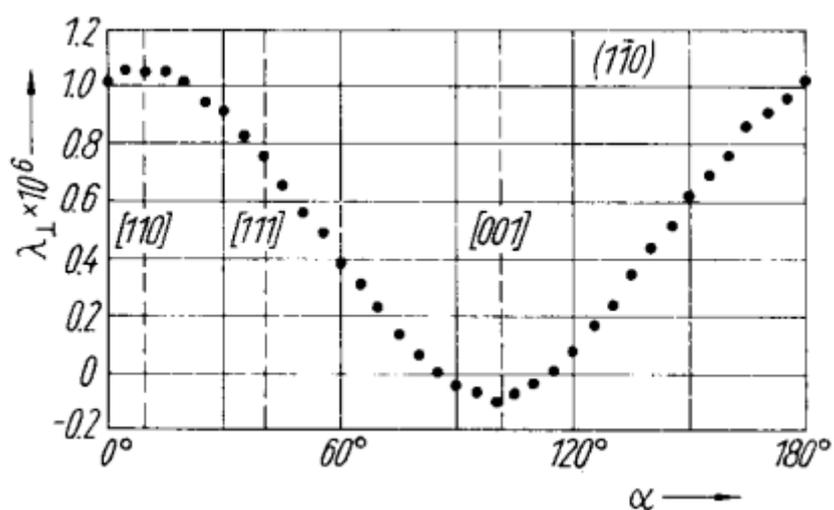
YIG 球外场方向与[110]晶相平行的磁致伸缩效应。



[100] 晶面的磁致伸缩系数随方位角的变化。



[111] 晶面的磁致伸缩系数随方位角的变化。



[110] 晶面的磁致伸缩系数随方位角的变化。

请注意，以上三图的纵坐标均为 $\lambda_{\perp}$ ，并非 $\lambda_{\parallel}$ 。而[111]晶面不是晶格的对称面，因此对于细微的晶相对齐误差非常敏感，也能解释为什么该晶面没有出现完美的  $\cos(6\alpha)$  的调制图形。

## 总结

YIG 材料中的磁致伸缩效应主要在轴向上表现为磁致收缩。在径向上表现为磁致拉伸。且与磁化难轴、易轴、中间轴高度相关。

2023 年 7 月 11 日

## 参考文献:

- [1]. Comstock, R. L. "Magnetoelastic coupling constants of the ferrites and garnets." *Proceedings of the IEEE* 53.10 (1965): 1508-1517.
- [2]. Clark, A. E., and R. E. Strakna. "Elastic constants of single-crystal YIG." *Journal of Applied Physics* 32.6 (1961): 1172-1173.
- [3]. Jiles, David C., and David L. Atherton. "Theory of ferromagnetic hysteresis." *Journal of magnetism and magnetic materials* 61.1-2 (1986): 48-60.
- [4]. Sablik, Martin J., and David C. Jiles. "Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis." *IEEE transactions on magnetics* 29.4 (1993): 2113-2123.
- [5]. Callen, E. R., et al. "Magnetostriction in cubic neel ferrimagnets, with application to YIG." *Physical Review* 130.5 (1963): 1735.
- [6]. Clark, A. E., et al. "Saturation Magnetostriction of Single-Crystal YIG." *Journal of Applied Physics* 34.4 (1963): 1296-1297.
- [7]. Smith, A. B., and R. V. Jones. "Magnetostriction constants from ferromagnetic resonance." *Journal of Applied Physics* 34.4 (1963): 1283-1284.
- [8]. De Lacheisserie, E., and J. L. Dormann. "An Accurate Method of Determination of the Magnetostriction Coefficients. Application to YIG." *physica status solidi (b)* 35.2 (1969): 925-931.